

Cálculo II – AD1 (2013/1)

1ª Avaliação a Distância - Postagem REGISTRADA com AR (para o Polo) até o dia 25 /02/ 2013. Data de entrega da AD1 no Polo até o dia 02 /03/ 2013.

Nome:	Matrícula:
Polo:	Data:

Todas as respostas devem estar acompanhadas das justificativas, mesmo que não exista o que está sendo pedido.

1ª Questão (2,5 pontos)

Seja $g:[0,10] \rightarrow \mathbb{R}$ a função dada por $g(x) = \int_0^x f(t) dt$, em que $f:[0,10] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável no intervalo $(0,10)$ cujo gráfico é mostrado na figura a seguir,

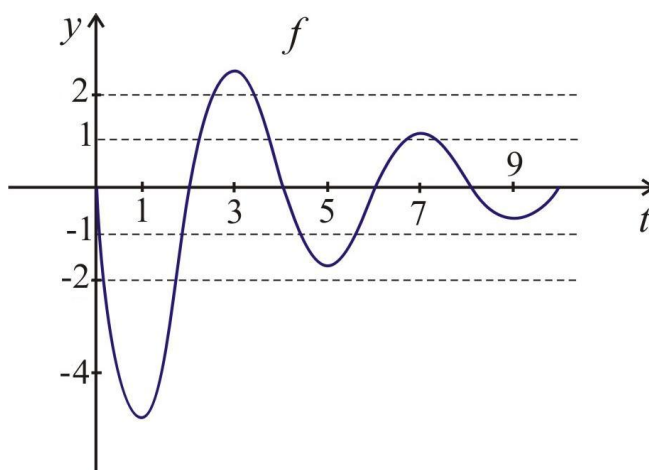


Figura 1

Neste caso, tendo em mente que as amplitudes do gráfico diminuem à medida que t aumenta, responda os itens a seguir:

- (a) Compare (sem calcular, evidentemente) os valores $g(0), g(2), g(4), g(6), g(8)$ e $g(10)$ (ou seja, ordene-os em ordem de grandeza).
- (b) Quais são os intervalos de crescimento e de decrescimento da função g ?
- (c) Quais os pontos de máximo e de mínimo locais e globais da função g ?
- (d) Determine a coordenada x de cada ponto de inflexão do gráfico de g no intervalo aberto.
- (e) Estude a concavidade do gráfico da função g .
- (f) Construa um esboço aproximado do gráfico da função g .

2ª Questão (2,0 pontos) Considere a função contínua $g: \left[-\frac{1}{2}, 4\right] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$g(x) = \begin{cases} 4^x - 1, & \text{se } -\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ \frac{9}{2} - \frac{3x}{2}, & \text{se } 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

(a) Calcule $\int_{-1/2}^4 g(x) dx$.

(b) Interprete o resultado anterior em termos de áreas.

(c) Calcule a área total da região limitada pelo gráfico da função g , pelo eixo x e as retas $x = -\frac{1}{2}$ e $x = 4$.

3ª Questão (2,0 pontos)

(a) Suponha f uma função contínua para todo $x \geq 0$. Obtenha uma função f e um número real a tais que

$$6 + \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = 2\sqrt{x}, \text{ para todo } x > 0.$$

(b) Se $f(x) = \int_0^{g(x)} \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} dt$, sendo $g(x) = \int_0^{\cos x} [1 + \sin(t^2)] dt$, obtenha $f'(\frac{\pi}{2})$.

4ª Questão (2,0 pontos) Seja $\mathcal{R}$ a região compreendida entre os gráficos de $x = y^2 - 2$ e $x = 5^y$, com $-1 \leq y \leq 1$.

a) Esboce a região $\mathcal{R}$.

b) Represente a área de $\mathcal{R}$ por uma ou mais integrais definidas em termos de x .

c) Represente a área de $\mathcal{R}$ por uma ou mais integrais definidas em termos de y .

d) Encontre a área da região $\mathcal{R}$ (Use a representação mais conveniente).

5ª Questão (1,5 pontos)

Considere a curva $y = x - x^3$, com $0 \leq x \leq 1$, e seja R a região limitada por ela e pelo eixo x , neste intervalo de valores.

Uma reta passando pela origem divide esta região em duas regiões R_1 e R_2 , sendo que R_1 fica acima da reta e R_2 , abaixo. Determine a área total da região R e a inclinação da reta que faz com

que se tenha $\text{área}(R_1) = \frac{1}{3} \text{área}(R_2)$.

Boa prova!