Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

Segunda Avaliação Presencial de Geometria Analítica I

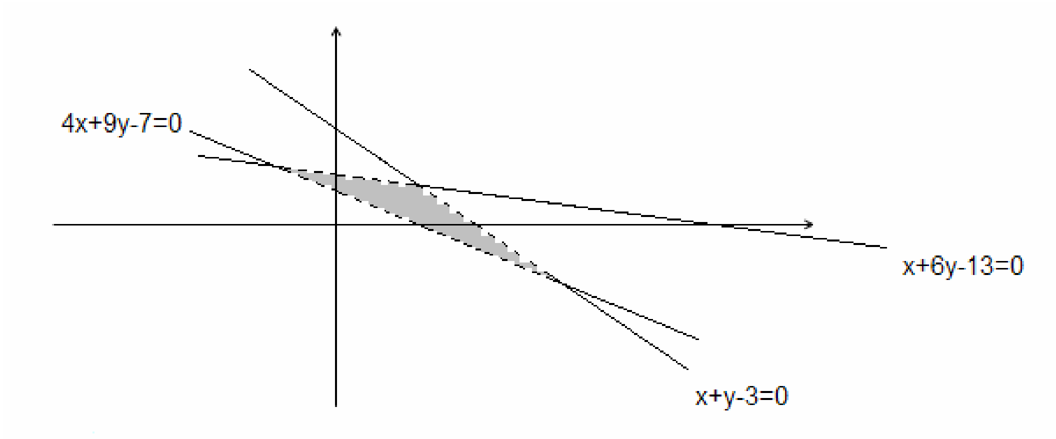
Prof. Linhares

Nome:____

Pólo:____

Questão 1 (**2,5 pontos**)**:** Ache um sistema de três inequações lineares que represente o interior do triângulo ABC, onde:
$A(1,2)$, $B(-5,3)$ e $C(4,-1)$

Solução: Reta que passa pelos pontos A e B: $x+6y-13=0$
Reta que passa pelos pontos A e C: $x+y-3=0$
Reta que passa pelos pontos B e C: $4x+9y-7=0$



Logo, o sistema de inequações pedido é:

$$\begin{cases} x+6y-13<0 \\ x+y-3<0 \\ 4x+9y-7>0 \end{cases}$$

Questão 2 (2,5 pontos): Determine, por translação de eixos, que tipo de cônica representa a equação abaixo, dando seus principais elementos:

$$2x^2 - 12x - y + 19 = 0$$

Solução: Completando os quadrados, obtemos:

$$2(x-3)^2 - (y-1) = 0$$

Tomando as equações de translações de êxitos

$$\begin{cases} x' = x - 3 \\ y' = y - 1 \end{cases}$$

obtemos:

$$2x'^2 - y' = 0 \quad \therefore \quad x'^2 = \frac{1}{2}y' \quad \therefore \quad x'^2 = 4\frac{1}{8}y'$$

que representa uma parábola com vértice $V'(0,0)$, foco $F'(0, \frac{1}{8})$ e diretriz $r': y' = -\frac{1}{8}$.

Logo, a equação dada é uma parábola com vértice $V(3,1)$, foco $F(3, \frac{9}{8})$ e diretriz $r: y = \frac{7}{8}$.

Questão 3 (2,5 pontos): Sejam v e w vetores do plano tais que $v+w$ e $v-w$ sejam ortogonais. Mostre que $\|v\| = \|w\|$.

Prova: Como os vetores $v+w$ e $v-w$ são ortogonais então

$$\langle v+w\, ,\, v-w \rangle = 0 \quad \therefore \quad \langle v,v \rangle + \langle w,v \rangle - \langle v,w \rangle - \langle w,w \rangle = 0$$

$$\therefore \quad \langle v,v \rangle = \langle w,w \rangle \quad \therefore \quad \|v\|^2 = \|w\|^2 \quad \therefore \quad \|v\| = \|w\|$$

Questão 4 (2,5 pontos): Dê a equação em coordenadas polares do círculo com centro em $C(a,0)$ e raio $\underline{a}$.

Solução: A equação do círculo em coordenadas retangulares é: $(x-a)^2 + y^2 = a^2$.
Tomemos as equações:

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\,sen\theta \end{cases}$$

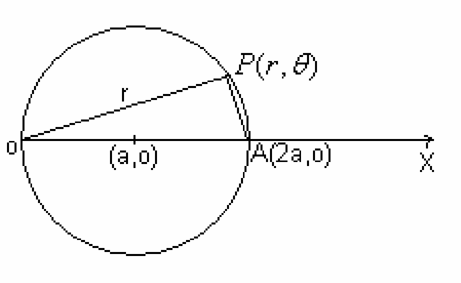
Substituindo na equação em coordenadas retangulares, temos:

$$(r\cos\theta - a)^2 + r^2 sen^2\theta = a^2 \quad \therefore \quad r^2\cos^2\theta - 2ar\cos\theta + a^2 + r^2 sen^2\theta = a^2$$

$$\therefore \quad r^2\left(\cos^2\theta + sen^2\theta\right) - 2ar\cos\theta = 0 \quad \therefore \quad r^2 = 2ar\cos\theta$$

$$\therefore \quad r = 2a\cos\theta$$

ou ainda:



Temos $0\hat{P}A = 90°$ $\quad \therefore \quad \cos\theta = \dfrac{r}{2a} \quad \therefore \quad r = 2a\cos\theta$