Fundação CECIERJ – Vice Presidência de Educação Superior a Distância

Cálculo II – AD1 (2009/1) Critério de Correção

1ª Questão (2,0 pontos)

a) Valor 1 ponto

- Vale 0,2 para quem fizer corretamente o gráfico de $x = e^{y}$ se $y \le 0;$
- Vale 0,2 para quem fizer corretamente o gráfico de $x = e^{-y}$ se $y \ge 0;$
- Vale 0,1 para quem fizer corretamente o gráfico de $y = -1$
- Vale 0,2 para quem fizer corretamente o gráfico de $x = (e^{-1}+1)y - 1$ se $y \ge 0;$
- Vale 0,2 para quem fizer corretamente o gráfico de $x = y^{2} - 1$ se $y \le 0;$
- Vale 0,1 para quem achar a interseção da semi reta $x = (e^{-1}+1)y - 1$ se $y \ge 0;$ com a curva $x = e^{-y}$ se $y \ge 0;$

Obs. Caso o aluno tenha usado algum software para realizar o desenho dê a pontuação integral.

b) Valor 1 ponto

- Vale 0,2 para quem indicar que $\int_{-1}^{0}(e^{y} - (y^{2}-1))\,dy$ é a área da região R_1
- Vale 0,2 para quem indicar que $\int_{0}^{1}(e^{-y} - [(e^{-1}+1)y - 1])\,dy$ é a área da região R_2
- Vale 0,2 para quem integrando a primeira integral , chegar a $\left. e^{y} - \frac{y^{3}}{3} + y \right]_{-1}^{0}$
- Vale 0,2 para quem integrando a segunda integral , chegar a $\left. (-e^{-y} - (e^{-1}+1)\frac{y^{2}}{2} + y) \right]_{0}^{1}$ ou uma expressão equivalente.
- Vale 0,2 para quem chegar corretamente ao resultado.

2ª Questão (2 pontos)

a) Valor 1 ponto.

$$f(x) = 3^{(x^{2}+1)}\cos^{3}(3x) + x^{(x^{2})}[\operatorname{arctg}(3x)]^{2}$$

- Vale 0,1 para quem aplicou corretamente a regra da derivada do produto à expressão $3^{(x^2+1)}\cos^3(3x)$.
- Vale 0,1 para quem aplicou corretamente a regra da derivada do produto à expressão $x^{(x^2)}[arctg(3x)]^2$.
- Vale 0,2 para quem derivou corretamente $\cos^3(3x)$ e não deixou nenhuma derivada indicada.
- Vale 0,2 para quem derivou corretamente $3^{(x^2+1)}$ e não deixou nenhuma derivada indicada.
- Vale 0,2 para quem derivou corretamente $[arctg(3x)]^2$ e não deixou nenhuma derivada indicada.
- Vale 0,2 para quem derivou corretamente $x^{(x^2)}$ e não deixou nenhuma derivada indicada. O aluno se quiser pode calcular esta derivada usando derivação logarítmica.

b) Valor 1 ponto.

$$g(x) = \ln^2(x^4 + arsen(\sqrt{2x})) + \ln_2\left(\frac{e^{\left(2^x e^{(x^x)}\right)}}{(\sqrt{2})^{tg^2 4x}}\right)$$

- Vale 0,4 para quem derivou corretamente $\ln^2 | x^4 + arsen(\sqrt{2x}) |$ e não deixou nenhuma derivada indicada.
  (Vale 0,3 se o aluno chegou só até a expressão
  $2\ln(x^4 + arsen(\sqrt{2x})).\left(\frac{[x^4 + arsen(\sqrt{2x})]'}{x^4 + arsen(\sqrt{2x})}\right)$.
- Vale 0,2 para quem aplicou corretamente as propriedades de $\ln$ à expressão $\ln_2\left(\frac{e^{\left(2^x e^{(x^x)}\right)}}{(\sqrt{2})^{tg^2 4x}}\right)$.
- Vale 0,2 para quem derivou corretamente $\left(2^x e^{(x^x)}\right)\frac{1}{\ln 2} - (tg^2(4x))\frac{1}{2}$ e não deixou nenhuma derivada indicada.

Atenção:(Vale 0,4 também para quem sem usar as propriedades de $\ln$, derivou corretamente a expressão $\ln_2\left(\frac{e^{\left(2^x e^{(x^x)}\right)}}{(\sqrt{2})^{tg^2 4x}}\right)$)

- Vale 0,2 para quem chegar corretamente ao resultado ou a uma expressão equivalente.

---

3 ª Questão (4 pontos).

a)

- Vale 0,1 para quem chegar a $Dom(f)=\mathbb{R}$
- Vale 0,2 para quem justificar corretamente que f é derivável em $\mathbb{R}$

b)

- Vale 0,2 para quem justificar corretamente que não existem assíntotas verticais
- Vale 0,2 para quem justificar que não existe pelo menos uma assíntota horizontal.

(Por exemplo, calculando corretamente que

$$\lim_{x\to+\infty}(e^x-3e^{-x}-4x)=\lim_{x\to+\infty}x\left(\frac{e^x-3e^{-x}-4x}{x}\right)=+\infty\ )$$

- Vale 0,1 para quem tendo calculado um limite usar a analogia para afirmar o outro limite não existe e portanto não existem assíntotas horizontais.

c)

- Vale 0,1 para quem achar corretamente $f'(x)$.
- Vale 0,3 para quem achar corretamente os zeros de $f'(x)$.
- Vale 0,3 para quem achar corretamente que f é decrescente em $(0, \ln 3)$.
- Vale 0,3 para quem achar corretamente que f crescente em $(-\infty, 0)\cup(\ln 3, +\infty)$.

d)

- Vale 0,2 para quem justificar corretamente que $(0,-2)$ é ponto de máximo relativo.
- Vale 0,2 para quem justificar corretamente que $(\ln 3, 2-4\ln 3)$ é ponto de mínimo relativo.
- Vale 0,1 para quem justificar corretamente que não existe nem mínimo nem máximo absoluto.

e)

- Vale 0,1 para quem achar corretamente $f''(x)$.
- Vale 0,1 para quem achar corretamente os zeros de $f''(x)$.
- Vale 0,2 para quem achar corretamente que f é côncavo para baixo em $(-\infty, \frac{\ln 3}{2})$
- Vale 0,2 para quem achar corretamente que f é côncavo para cima em $(\frac{\ln 3}{2}, +\infty)$

f)

- Vale 0,3 para quem justificar corretamente a existência do ponto de inflexão isto é, existe a mudança de concavidade em $x=\frac{\ln 3}{2}$ e existe $f'(\frac{\ln 3}{2})$ isto é o gráfico de f possui reta tangente em $(\frac{\ln 3}{2}, f(\frac{\ln 3}{2}))$.
- Vale 0,2 para quem achar corretamente o valor de $f(\frac{\ln 3}{2})$ e indicar que $(\frac{\ln 3}{2}, -2\ln 3)$ é o ponto de inflexão.

g)

- Vale 0,5 para quem achar corretamente o gráfico de f
- Vale 0,1 para quem indicar corretamente que $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$.

4ª Questão (2,0 pontos).

a)

- Vale 0,3 para quem usar corretamente o teorema da função inversa para afirmar que a função inversa h é uma função derivável em $\mathbb{R}$ e que $h'(x) = \dfrac{1}{g'(h(x))}$
- Vale 0,2 para quem justificar corretamente que G é derivável em $\mathbb{R}$ e que $G'(x) = g(x)\ \forall x \in \mathbb{R}$.
- Vale 0,3 para quem justificar corretamente que F é derivável em $\mathbb{R}$ e que $F'(x) = \dfrac{x}{g'(h(x))}\ \forall x \in \mathbb{R}$.
- Vale 0,3 para quem justificar corretamente que $(g' \circ h)(x)$ é derivável em $\mathbb{R}$ e que $(g' \circ h)'(x) = g''(h(x))h'(x)$
- Vale 0,3 para quem justificar corretamente que F' é derivável em $\mathbb{R}$

b)

- Vale 0,2 para quem aplicou corretamente a fórmula do quociente
- Vale 0,2 para quem substitui corretamente o valor de $h'(x)$ na fórmula anterior.
- Vale 0,2 para quem achar corretamente a resposta.
