

Cálculo II – AD2 (2010/1) Critério de Correção

1ª Questão (2,5 pontos)

No item (a), quem:

- Fatorar corretamente o denominador (0,2 ponto);
- Separar corretamente a função racional em frações parciais (0,2 ponto);
- Calcular corretamente o valor das constantes (0,2 ponto);
- Integrar corretamente $\int \frac{1}{(x^2 + 3)} dx$ (0,2 ponto);
- Integrar corretamente $\int \frac{x}{(x^2 + 3)^2} dx$ (0,2 ponto).

No item (b), quem:

- Expressar que $\frac{x^4}{(1-x^2)^2} = 1 + \frac{2x^2-1}{(1-x^2)^2}$ (0,2 ponto);
- Separar frações parciais corretamente (0,2 ponto);
- Chegar ao valor das constantes em forma correta; (0,2 ponto);
- Integrar corretamente, $\int \frac{-3}{4(1-x)} dx$ (0,2 ponto);
- Integrar corretamente, $\int \frac{1}{4(1-x)^2} dx$ (0,2 ponto);
- Integrar corretamente, $\int \frac{3}{4(1+x)} dx$ (0,2 ponto);
- Integrar corretamente, $\int \frac{1}{4(1+x)^2} dx$ (0,2 ponto);
- Integrar corretamente, $\int dx$ (0,1 ponto).

2ª Questão (1,0 ponto) Quem:

- No item (a), provar corretamente a desigualdade (0,2 ponto);
- No item (b), calcular em forma correta $\int_1^{+\infty} e^{-x} dx$ (0,3 ponto);

- **No item (c),** Provar corretamente a convergência de $\int_1^{+\infty} e^{-x^2} dx$ (0,3 ponto);
- **No item (d),** Provar corretamente a convergência de $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$ (0,2 ponto);

3ª Questão (1,0 ponto) Quem:

- Usar em forma correta algum critério para mostrar que $\int_0^{+\infty} \sqrt{1+t^3} dt$ diverge (0,2 ponto);
- Afirmar que $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{5}{2}} = +\infty$ (0,2 ponto);
- Usar corretamente a regra de L'Hôpital para calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^{2x} \sqrt{1+t^3} dt}{x^{\frac{5}{2}}}$ (0,2 ponto);
- Usar o Teorema Fundamental do cálculo e a regra da cadeia no numerador (0,2 ponto);
- Calcular o limite resultante em forma correta (0,2 ponto)

4ª Questão (4,0 pontos)

No item (a), quem:

- Esboçar corretamente a região e mostrar nela um disco típico (0,2 ponto);
- Esboçar corretamente o sólido de revolução correspondente (0,2 ponto);
- Identificar que $R(x) = \sqrt{x}(4-x)$ $0 \leq x \leq 4$ (0,2 ponto);
- Usar a fórmula de volume correta (0,2 ponto);
- Expressar corretamente o volume (0,2 ponto).

No item (b), quem:

- Esboçar corretamente a região e mostrar nela uma casca típica (0,2 ponto);
- Esboçar corretamente o sólido de revolução correspondente (0,2 ponto);
- Encontrar $\bar{r}(x) = x$ e $h(x) = 2\sqrt{x}(4-x)$ $0 \leq x \leq 4$ (0,2 ponto);
- Usar a fórmula de volume correta (0,2 ponto);
- Expressar corretamente o volume (0,2 ponto).

Observação: O aluno pode calcular o volume considerando $\bar{r}(x) = x$ e $h(x) = \sqrt{x}(4-x)$ $0 \leq x \leq 4$ e depois pela simetria do sólido multiplicar o resultado do volume por 2.

No item (c), quem:

- Esboçar corretamente a região e mostrar nela uma casca típica (0,2 ponto);
- Esboçar corretamente o sólido de revolução correspondente (0,2 ponto);
- Encontrar $\bar{r}(x) = 4-x$ e $h(x) = 2\sqrt{x}(4-x)$ $0 \leq x \leq 4$ (0,2 ponto);

- Usar a fórmula de volume correta (0,2 ponto);
- Expressar corretamente o volume (0,2 ponto).

Observação: O aluno pode calcular o volume considerando $\bar{r}(x) = 4 - x$ e $h(x) = \sqrt{x}(4 - x)$ $0 \leq x \leq 4$ e depois pela simetria do sólido multiplicar o resultado do volume por 2.

No item (d), quem:

- Esboçar corretamente a região e mostrar nela uma arruela típica (0,2 ponto);
- Esboçar corretamente o sólido de revolução correspondente (0,2 ponto);
- Encontrar $R(x) = 4 + \sqrt{x}(4 - x)$ e $r(x) = 4 - \sqrt{x}(4 - x)$ $0 \leq x \leq 4$ (0,2 ponto);
- Usar a fórmula de volume correta (0,2 ponto);
- Expressar corretamente o volume (0,2 ponto).

5ª Questão (1,5 ponto) Quem:

- Usar a definição correta de integral imprópria (0,1 ponto);
- Calcular corretamente $\int_0^t \frac{1}{x+2} dx$ (0,1 ponto);
- Calcular corretamente $\int_0^t \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} dx$ (0,4 ponto);
- Mostrar que $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{t^2+4}+t}{(t+2)^C} = \frac{2}{C \lim_{t \rightarrow +\infty} (t+2)^{C-1}}$ (0,3 ponto);
- Justificar que a integral dada diverge se $C < 1$ (0,2 ponto);
- Justificar que a integral dada converge para $\ln 2$ se $C = 1$ (0,2 ponto);
- Justificar que a integral dada diverge se $C > 1$ (0,2 ponto);