

Cálculo II – AD2 (2010/2) Critério de Correção

1ª Questão (2,5 pontos)

No item (a) (1,5 pontos), quem:

- Separar corretamente a função racional em frações parciais (0,2 ponto);
- Calcular corretamente o valor das constantes (0,2 ponto);
- Integrar corretamente $\int \frac{1}{(x^2 - 4x + 6)} dx$ (0,3 ponto);
- Integrar corretamente $\int \frac{u}{(u^2 + 2)^2} du$, onde $u = x - 2$ (0,3 ponto);
- Integrar corretamente $\int \frac{3}{(u^2 + 2)^2} du$, onde $u = x - 2$ (0,5 ponto).

No item (b) (1,0 ponto), quem:

- Separar corretamente a integral duplamente imprópria dada, na soma de uma integral imprópria do tipo II e outra do tipo II (0,2 ponto);
- Integrar corretamente, a integral de tipo II (0,3 ponto);
- Integrar corretamente, a integral de tipo I (0,4 ponto);
- Resposta correta (0,1 ponto).

2ª Questão (1,0 ponto) Quem:

- Observou que $0 \leq \arctg x \leq \frac{\pi}{2} \quad \forall x \geq 0$ (0,2 ponto);
- Justificou que $0 \leq \frac{\arctg x}{2 + e^x} \leq \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{2 + e^x} \right) \quad \forall x \geq 0$ (0,1 ponto);
- Justificou que $\frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{2 + e^x} \right) < \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{e^x} \right) \quad \forall x \geq 0$ (0,1 ponto);
- Justificou que $0 \leq \frac{\arctg x}{2 + e^x} \leq \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{e^x} \right) \quad \forall x \geq 0$ (0,2 ponto);
- Justificou corretamente a convergência de $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$ (0,2 ponto);
- Aplicou corretamente o critério de comparação para justificar a convergência da integral dada (0,2 ponto).

3ª Questão (5,0 pontos)

No item (a) (1,2 ponto), quem:

- Esboçar corretamente a região e mostrar nela uma casca típica (0,2 ponto);
- Esboçar corretamente o sólido de revolução correspondente (0,2 ponto);
- Identificar que $\bar{r}(x) = x$ e $h(x) = x \sin x \quad 0 \leq x \leq \pi$ (0,2 ponto);
- Usar a fórmula de volume correta (0,2 ponto);

- Calcular corretamente o valor de $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$ (0,3 ponto); (*)
- Calcular corretamente o volume usando (*) (0,1 ponto).

Observação: O aluno pode calcular o volume usando a integral definida na integração por partes ou calcular primeiro a integral indefinida e depois calcular a integral definida.

No item (b) (1,2 ponto), quem:

- Esboçar corretamente a região e mostrar nela uma casca típica (0,2 ponto);
- Esboçar corretamente o sólido de revolução correspondente (0,2 ponto);
- Identificar que $\bar{r}(x) = \pi - x$ e $h(x) = x \sin x$ $0 \leq x \leq \pi$ (0,2 ponto);
- Usar a fórmula de volume correta (0,2 ponto);
- Calcular corretamente o valor de $\int_0^{\pi} x \sin x dx$ (0,2 ponto); (**)
- Calcular corretamente o volume usando (*) e (**) (0,2 ponto).

No item (c) (1,4 ponto), quem:

- Esboçar corretamente a região e mostrar nela um disco típico (0,2 ponto);
- Esboçar corretamente o sólido de revolução correspondente (0,2 ponto);
- Identificar que $R(x) = x \sin x$ $0 \leq x \leq \pi$ (0,2 ponto);
- Usar a fórmula de volume correta (0,2 ponto);
- Calcular corretamente o valor de $\int_0^{\pi} x^2 \sin^2 x dx$ (0,5 ponto); (***)
- Calcular corretamente o volume usando (***) (0,1 ponto).

No item (d) (1,2 ponto), quem:

- Esboçar corretamente a região e mostrar nela uma arruela típica (0,2 ponto);
- Esboçar corretamente o sólido de revolução correspondente (0,2 ponto);
- Identificar que $R(x) = 5$ e $r(x) = 5 - x \sin x$ $0 \leq x \leq \pi$ (0,2 ponto);
- Usar a fórmula de volume correta (0,2 ponto);
- Calcular corretamente o volume usando (**) e (***) (0,4 ponto).

4ª Questão (1,5 ponto) Quem:

- Encontrar a fórmula da área $A = 2 \int_0^{x_0} (b - \sqrt{1-x^2} - 2x) dx$ (0,3 ponto);
- Calcular corretamente o valor correspondente a b (0,3 ponto);
- Calcular corretamente o valor correspondente a x_0 (0,3 ponto);
- Calcular corretamente $\int_0^{\frac{2\sqrt{5}}{5}} \sqrt{1-x^2} dx$ (0,4 ponto);
- Calcular corretamente a área pedida (0,2 ponto).