Fundação Centro de Ciências e Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro
Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro

2010-2 – AD1 de Equações Diferenciais

Questão 1: [2,5 pontos]

a) Resolva o PVI

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2+16}}, \quad y(3) = 6.$$

b) Calcule a área do círculo de centro no ponto $(2, 2)$ e raio $= 1$.

Questão 2: [2,5 pontos]

a) Determine todas as soluções da equação*não-linear*

$$\frac{dy}{dx} = 2x\sqrt{y-1}\ .$$

I.é, obtenha uma fórmula, envolvendo um parâmetro arbitrário, para as soluções.

b) ATENÇÃO!! A equação possui uma solução da forma $y=$ constante. Calcule-a.
c) Além da solução constante, existem outras soluções, além das que são dadas pela fórmula do item (a)?

Questão 3 [2,5 pontos]

Calcule a solução geral de cada uma das equações abaixo:

1. $y' = y\ cotg\, x; \quad y > 0,\ 0 < x < \pi/2;$
2. $y' = -\dfrac{x+y}{x}, \quad x > 0, \quad y > 0;$
3. $2xy\ y' + x = y^2 \quad x > 0, y > 0;$
4. $y' = \dfrac{1-3x-3y}{1+x+y}, \quad x+y > 1.$

Questão 4 [2,5 pontos]

a)Calcule a solução $p(t)$ do PVI

$$\begin{cases} \dfrac{dp}{dt} = -r\ \dfrac{p}{v} \\ p(0) = p_0 \end{cases}$$

($r,\ v,\ $ e p_0 são constantes positivas).

b) Mostre que a solução $p(t)$ do item anterior tende a zero quando $t \to \infty$.

c) Mostre agora que a solução $p(t)$ do problema $\dfrac{dp}{dt} = k - r\,\dfrac{p}{v} \quad p(0) = p_0$ tende a vk/r quando $t \to \infty$.

($k, r,\ v,$ e p_0 são constantes positivas).